

1. Na figura está representado um cubo  $[OABCDEFG]$ .

Sabe-se, fixado, um referencial ortonormado do espaço que:

- O vértice  $O$  coincide com a origem do referencial e os vértices  $A$ ,  $C$  e  $G$  pertencem aos eixos  $Ox$ ,  $Oy$  e  $Oz$ , respetivamente.
- $\overline{OF} = 2\sqrt{2}$ ;

1.1. Mostre que  $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{GO}$ .

1.2. Determine as coordenadas:

1.2.1. do ponto médio de  $[AF]$ ;

1.2.2. do vetor  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OG}$ ;

1.2.3. do ponto  $G + \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$ ;

1.2.4. do vetor  $\overrightarrow{GB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DE}$ .

1.3. Seja  $\varepsilon$  a superfície esférica de centro no ponto  $A$  e que passa pelo centro do cubo.

1.3.1. Determine a equação reduzida da superfície esférica  $\varepsilon$ .

1.3.2. Defina por uma condição a interseção da superfície esférica  $\varepsilon$  com o plano mediador de  $[AO]$ .

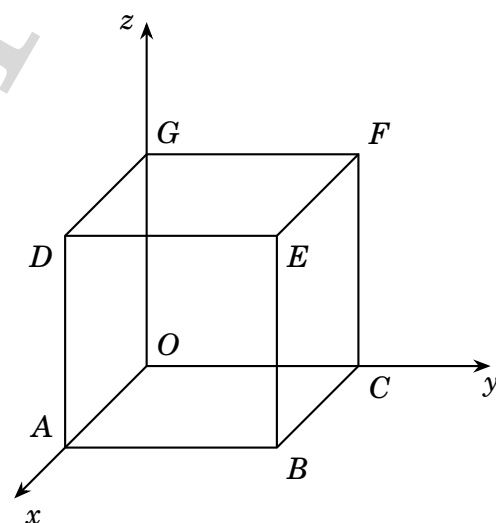
2. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, a superfície esférica de centro  $C$  e definida pela equação  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4z - 23 = 0$ .

2.1. Indique as coordenadas do centro  $C$  e o raio da superfície esférica.

2.2. Seja  $A$  o ponto de intersecção da superfície esférica com a reta definida pela condição  $x = 5 \wedge y = 4$ , que tem cota negativa.

Determine uma equação do plano mediador de  $[AC]$ .

Apresente essa equação na forma  $ax + by + cz + d = 0$  com  $a, b, c$  e  $d \in \mathbb{R}$



3. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado de origem  $O$ , os vetores  $\vec{u}(m, 0, -\frac{3}{2})$  e  $\vec{v}(6, 0, m - 6)$ , onde  $m$  é um número real.

Sabe-se que os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  são colineares.

Qual dos seguintes é o valor de  $m$ ?

- (A)  $\frac{1}{3}$                       (B) 3                      (C) -3                      (D)  $-\frac{1}{3}$

4. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os pontos  $A(5, 2, 0)$  e  $B(5, 2, 6)$  e a esfera  $E$  de centro  $A$  e tangente ao plano  $yOz$ .

4.1. Determine a inequação reduzida da esfera  $E$ .

4.2. Seja  $\alpha$  o plano mediador de  $[AB]$ .

4.2.1. Determine uma equação do plano  $\alpha$ .

Apresente essa equação na forma  $ax + by + cz + d = 0$  com  $a, b, c$  e  $d \in \mathbb{R}$ .

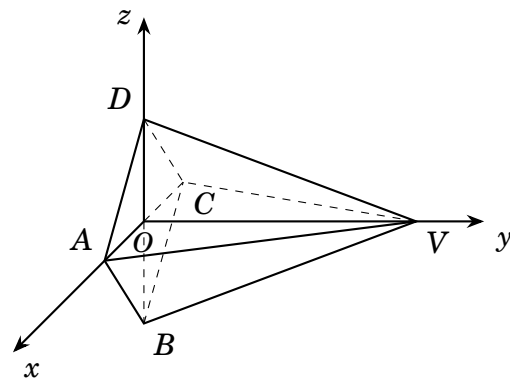
4.2.2. A interseção do plano  $\alpha$  com a esfera  $E$  é:

- (A) um círculo de área  $4\pi$   
(B) um círculo de área  $8\pi$   
(C) um círculo de área  $16\pi$   
(D) um círculo de área  $32\pi$

5. Na figura está representada a pirâmide quadrangular regular  $[ABCDV]$ .

Sabe-se, fixado, um referencial ortonormado do espaço que:

- O ponto  $O$  coincide com a origem do referencial e os vértices  $A, V$  e  $D$  pertencem aos eixos  $Ox, Oy$  e  $Oz$ , respectivamente.
- A base da pirâmide tem lado 2
- O centro da base da pirâmide coincide com a origem do referencial
- $\overline{DV} = \sqrt{38}$



5.1. Determine as coordenadas dos vértices da pirâmide.

5.2. Determine a inequação reduzida da esfera de centro no ponto  $V$  e tangente à base da pirâmide.

5.3. Seja  $P$  um ponto tal que  $\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OV}$ , com  $k \in \mathbb{R}^-$ .

Determine as coordenadas do ponto  $P$  sabendo que a área do triângulo  $[DPV]$  é igual a  $\sqrt{32}$ .

**FIM**

---

## Soluções

1.

1.2.

1.2.1.  $(1, 1, 1)$

1.2.2.  $(-2, 2, 2)$

1.2.3.  $(0, 1, 1)$

1.2.4.  $(2, 1, -2)$

1.3.

1.3.1.  $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 3$

1.3.2.  $y^2 + z^2 = 2 \wedge x = 1$

2.

2.1.  $C(3, 0, -2)$  e  $r = 6$ .

2.2.  $x + 2y - 2z - 16 = 0$

3. (B)

4.

4.1.  $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 + z^2 \leq 25$

4.2.

4.2.1.  $z = 3$

4.2.2. (C)

5.

5.1.  $A(\sqrt{2}, 0, 0)$

$B(0, 0, -\sqrt{2})$

$C(-\sqrt{2}, 0, 0)$

$D(0, 0, \sqrt{2})$

$V(0, 6, 0)$

5.2.  $x^2 + (y - 6)^2 + z^2 \leq 36$

5.3.  $P(0, -2, 0)$