

12º ANO | TESTE 2 | 2022

António Leite

1. Considere a linha do triângulo de Pascal em que a soma dos quatro menores elementos é igual a 48.

Escolhem-se, ao acaso, dois elementos dessa linha.

Qual é a probabilidade de ambos os elementos serem números de quatro algarismos?

- (A) $\frac{6}{253}$ (B) $\frac{2}{253}$ (C) $\frac{1}{138}$ (D) $\frac{1}{46}$

2. Seja f a função real de variável real, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-x-1}{12x^3-12} & \text{se } x < 1 \\ \frac{1}{12} & \text{se } x = 1 \\ \frac{\sqrt{x+8}-3}{x^2-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Averigue, sem utilizar a calculadora, se a função f é contínua em $x = 1$.

3. Considere as seguintes igualdades.

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2+1}}{2x-1} + a = -\frac{1}{2}$, sendo a um número real.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4-x^2}{2x^2-x+6} - b = -3$, sendo b um número real.

Determine o valor de $a + b$.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

4. No mundial de futebol de 2022, um grupo de Cataris decidiu apoiar a seleção da Argentina e a da França, entre outras seleções.

Relativamente a esse grupo sabe-se que:

- o número de elementos que apoiou a seleção da Argentina é igual ao dobro do número de elementos que apoiou a seleção da França;
- o número de elementos que apoiou, pelo menos, uma destas duas seleções é igual ao quádruplo do número de elementos que não apoiou a seleção da Argentina e apoiou a seleção da França.

Escolhe-se, ao acaso, um elemento deste grupo de Cataris.

Determine a probabilidade desse elemento ter apoiado a seleção da França, sabendo que apoiou a seleção da Argentina.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

5. Considere a palavra UNIVERSIDADE.

5.1. Determine o número de anagramas desta palavra que começam por DADE.

5.2. Escolhe-se, ao acaso, um dos anagramas desta palavra.

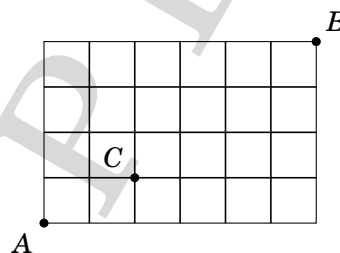
Determina a probabilidade de esse anagrama começar por uma vogal.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

6. Considere, no esquema ao lado, todos os caminhos existentes, seguindo as linhas da quadrícula, que ligam o ponto A ao ponto B , sem andar da direita para a esquerda nem de cima para baixo.

Determine a probabilidade de seguir um desses caminhos e não passar pelo ponto C .

Apresente o resultado na forma de dízima.



7. Numa dada aldeia de Trás-os-Montes, existe uma associação onde se pratica Caça e Pesca, entre outras atividades.

Relativamente aos sócios desta associação, sabe-se que:

- 80% pratica Caça;
- $\frac{1}{4}$ dos que praticam Caça, não praticam Pesca;
- 5% não praticam Caça, mas praticam Pesca.

Escolhe-se, ao acaso, um sócio desta associação.

Determine a probabilidade de o sócio escolhido não praticar Caça, sabendo que não pratica Pesca.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

8. Seja E um conjunto finito, P uma probabilidade em $P(E)$, $A \in P(E)$ e $B \in P(E)$ tal que $P(A) = 0,45$ e $P(B) = 0,75$.

Qual dos seguintes pode ser o valor de $P(\overline{A} \cap B)$?

(A) 0,05

(B) 0,35

(C) 0,6

(D) 0,75

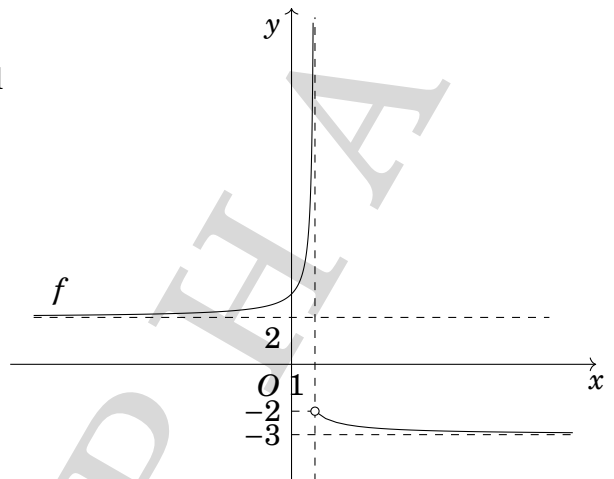
9. Na figura ao lado, está representada parte do gráfico de uma função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

A reta de equação $x = 1$ é uma assíntota vertical unilateral ao gráfico da função f .

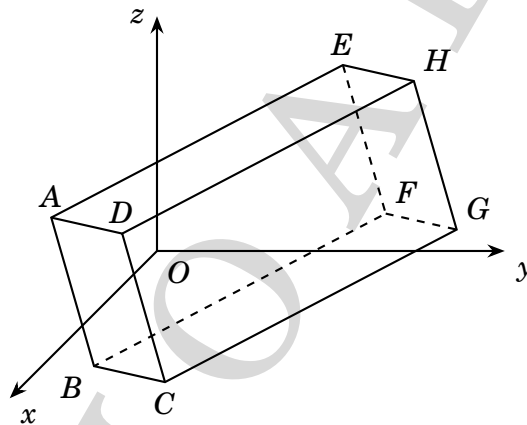
Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = \frac{n-1}{n+2}$.

A que é igual $\lim f(u_n)$?

- (A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) $+\infty$



10. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo $[ABCDEFGH]$.



Sabe-se que:

- as coordenadas dos pontos C e G são $(4, 2, -6)$ e $(2, 18, 2)$, respetivamente;
- a reta AE é definida pela equação $(x, y, z) = (7, 5, 9) + k(-1, 8, 4)$, $k \in \mathbb{R}$.

10.1. Qual das condições seguintes define a superfície esférica de centro no ponto C e que passa no ponto G ?

- (A) $(x+4)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 324$
 (B) $(x-4)^2 + (y-2)^2 + (z+6)^2 = 324$
 (C) $(x+4)^2 + (y+2)^2 + (z-6)^2 = 18$
 (D) $(x-4)^2 + (y-2)^2 + (z+6)^2 = 18$

10.2. Determine as coordenadas do ponto E .

FIM