

12º ANO | FICHA 20 | 2022

António Leite

1. Calcule cada um dos limites seguintes:

1.1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x \ln \frac{1}{x} \right)$

1.2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2xe^{-x+1})$

1.3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 e^{x+3})$

1.4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - 3e^{x-2}}{x^2 + x - 6}$

1.5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x + \ln(x+1)}{x} \right)$

1.6. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \left(\frac{\ln(4x-19)}{5-x} \right)$

1.7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(e^x+1)}{x}$

1.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x}{2x+1}$

1.9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(x^2)+3}$

1.10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln(2e^x - e^3) - x}$

2. Considere números reais positivos a , b e c diferentes de 1 tais que $\log_a c = -3$ e $\log_b c = \frac{1}{2}$.

Qual é o valor de $\frac{\ln b}{\ln c} + \log_a \sqrt[3]{c} - \log_c(a^{\log_a b})$?

(A) -3

(B) -1

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{3}{2}$

3. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - xe^{-x} & \text{se } x > 0 \\ x \ln(1-x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

3.1. Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais ao seu gráfico e, caso estas existam, escreva as respetivas equações.

3.2. Qual dos seguintes valores é o declive da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa -1 ?

(A) $-\frac{1}{2} + \ln 2$

(B) $\ln(2e)$

(C) $\ln(2\sqrt{e})$

(D) $\sqrt{e} + \ln 2$

4. Seja f a função, de domínio $\left] -\infty, \frac{4}{3} \right[$, definida por $f(x) = 2x - 1 + \ln(4 - 3x)$.

Estude a função f , sem recorrer à calculadora, quanto à monotonía e quanto à existência de extremos relativos e determine, caso existam, esses extremos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonía.

5. Considere a função f , de domínio $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$, definida por $f(x) = \ln\left(1 - \frac{2}{x+1}\right)$.

Sejam P e Q dois pontos do gráfico de f cujas abscissas são a e $-a$, respectivamente, sendo $a \in]1, +\infty[$.

Qual dos seguintes é o valor, em função de a , do declive da reta PQ ?

- (A) $f(a)$ (B) $2f(a)$ (C) $\frac{f(a)}{a}$ (D) $af(a)$

FIM

Soluções

1.

1.1. 0

1.2. 0

1.3. 0

1.4. $-\frac{3}{5}$

1.5. 4

1.6. -4

1.7. 0

1.8. $+\infty$

1.9. $+\infty$

1.10. $\frac{1}{\ln 2}$

2. (B)

3.

3.1. $y = 2$

3.2. (A)

4. f é estritamente crescente em $\left] -\infty, \frac{5}{6} \right]$ e é estritamente decrescente em $\left[\frac{5}{6}, \frac{4}{3} \right[$.

$f\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{2}{3} + \ln\left(\frac{3}{2}\right)$ é um máximo relativo.

5. (C)