

## 12º ANO | FICHA 21 | 2022

António Leite

---

1. Resolva, em  $\mathbb{R}$ , as seguintes condições:

1.1.  $\frac{2 + \log_3 x}{\log_3 x} + \frac{\log_3 x}{1 + \log_3 x} = 2$

1.2.  $(\log(x))(\log(x) - 1) = 6$

2. Para certos valores de  $a, b$  e  $c$  ( $a > 1$ ,  $b > 1$  e  $c > 1$ ), tem-se que:

- $\log_a b = x$
- $\log_b c = y$
- $\log_c a = z$

Qual é, para esses valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$ , o valor de  $(3 - xyz)^3$ ?

(A) -8

(B) -1

(C) 6

(D) 8

3. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = 1 - \frac{1}{3}i$  e  $z_3 = 2 + i$ . Escreva, na forma algébrica, o número complexo:

3.1.  $\frac{z_1}{z_2}$

3.2.  $\frac{-iz_1}{z_3}$

4. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $w = 2 - 2\sqrt{3}i^{23} + \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{3}i)^2$ .

Escreva o número complexo  $w$  na forma algébrica.

5. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere:

$$z_1 = \frac{5 + i + i^{23}}{2 - i}, z_2 = \frac{-6 + 3i + i^{63}}{1 - 2i} - 2i^{2022} \text{ e } z_3 = \frac{(2 + i)^2 + 1 + i^{4n+11}}{i(-i + 2)}$$

- 5.1. Determine, na forma algébrica, o inverso de  $z_1$ .

- 5.2. Prove que  $z_2$  é um imaginário puro.

- 5.3. Mostre que  $z_2 = -iz_3 + 1$ .

**FIM**

---

## Soluções

1.

1.1.  $\left\{ \frac{1}{9} \right\}$

1.2.  $\left\{ \frac{1}{100}, 1000 \right\}$

2. (D)

3.

3.1.  $\frac{9}{10} + \frac{33}{10}i$

3.2.  $\frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$

4.  $-2 + 6\sqrt{3}i$

5.

5.1.  $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$