11º ANO | TESTE 2 | 2022

António Leite

1. Sabe-se que $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{3}{5} \wedge \alpha \in \left]-\pi,0\right[$.

Determine o valor exato de $\cos\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-2\tan(\alpha-\pi)$.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2. Seja (u_n) uma progressão geométrica não monótona.

Sabe-se que $u_3=4$ e $u_7=324$.

Qual é o valor de u_{10}?

(A) -2916 **(B)** 2916 **(C)** -8748 **(D)** 8748

3. Considere, num referencial ortonormado xOy, a reta r definida pela equação

$$-3y-2x+4=0$$

Seja t a reta perpendicular à reta r e que passa pelo centro da circunferência definida pela equação $(x-8)^2+(y+1)^2=25$.

Qual das seguintes é a equação reduzida da reta t?

(A) $y=\dfrac{3}{2}x-13$

(B) $y=\dfrac{3}{2}x-11$

(C) $y=-\frac{2}{3}x-13$

(D) $y=-\dfrac{2}{3}x-11$

4. Seja (w_n) a sucessão definida por recorrência do seguinte modo $\begin{cases} w_1=5 \\ w_{n+1}=\dfrac{2}{w_n}-1, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

Seja (t_n) a sucessão de termo geral $t_n=\dfrac{10-7n}{n+2}$.

Determine n tal que $t_n=w_3$.

5. Fixado um referencial ortonormado do espaço, considere o plano θ definido pela equação cartesiana $2x - y + 3z - 12 = 0$ e o ponto P de coordenadas $(-3, 4, -2)$.

5.1. Qual das equações seguintes pode definir a reta s, perpendicular ao plano θ e que passa pelo ponto P?

(A) $(x, y, z) = (-3, 4, -2) + \lambda(-2, -1, 3), \lambda \in \mathbb{R}$

(B) $(x, y, z) = (-1, 3, 1) + \lambda(-2, 1, -3), \lambda \in \mathbb{R}$

(C) $(x, y, z) = (-3, 4, -2) + \lambda(3, 0, 2), \lambda \in \mathbb{R}$

(D) $(x, y, z) = (-5, 5, -1) + \lambda(2, -1, 3), \lambda \in \mathbb{R}$

5.2. Determine a distância do ponto P ao plano θ.
Apresente o resultado na forma $a\sqrt{b}$, com $a \in \mathbb{R} \wedge b \in \mathbb{R}$, sendo b o menor número possível.

5.3. Considere o plano β definido pela equação $4x - ky + 2z - kz + 4 = 0$, com $k \in \mathbb{R}$.
Os planos θ e β são perpendiculares.
Qual dos seguintes é o valor de k?

(A) $-\dfrac{7}{2}$ **(B)** -7 **(C)** $\dfrac{7}{2}$ **(D)** 7

6. Três termos consecutivos de uma progressão geométrica monótona são dados para um certo valor de k, respetivamente, por k, $k + 8$ e $9k$.

Determine esses três termos.

7. Seja (a_n) uma progressão aritmética.

Sabe-se que $a_7 = -32$ e $a_6 = \dfrac{9}{4}a_3$.

7.1. Determine o termo geral de (a_n).

7.2. Determine a soma dos 12 termos consecutivos de (a_n), a partir do 4.º termo, inclusive.

8. Sejam (b_n) e (c_n) as sucessões definidas por $b_n = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{2-n}$ e $c_n = \dfrac{2-3n}{4} - n$.

Considere as seguintes afirmações:

I. A sucessão (b_n) é uma progressão geométrica de razão $\dfrac{4}{3}$.

II. A sucessão (c_n) é uma progressão aritmética de razão $-\dfrac{3}{4}$.

Relativamente às duas afirmações anteriores podemos dizer que:

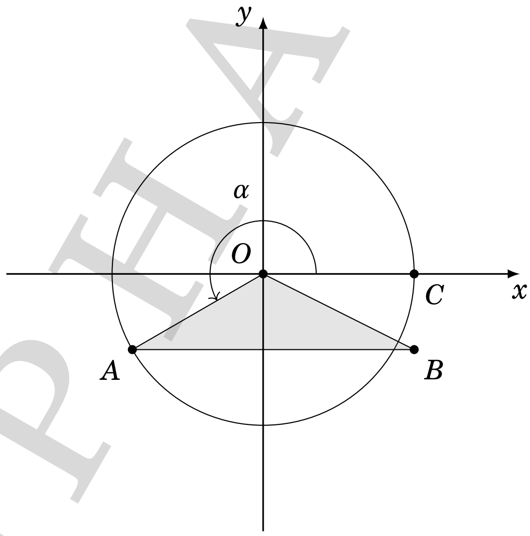
(A) I é verdadeira e II é falsa

(B) São ambas falsas

(C) I é falsa e II é verdadeira

(D) São ambas verdadeiras

9. Na figura, estão representados, num referencial o.n. xOy, a circunferência trigonométrica e o triângulo $[ABO]$.



Sabe-se que:

- o segmento de reta $[AB]$ é paralelo ao eixo Ox;
- o segmento de reta $[BC]$ é paralelo ao eixo Oy;
- o ponto C tem coordenadas $(1,0)$;
- o ponto A pertence ao terceiro quadrante e à circunferência.

Seja α a amplitude de um ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}A$ $\left(\alpha \in \left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right[\right)$.

9.1. Mostre que a área do triângulo $[ABO]$, é dada em função de α, pela expressão:

$$\frac{\sin\alpha\cos\alpha - \sin\alpha}{2}$$

9.2. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, os valores de α para os quais a medida da área do triângulo $[ABO]$ é superior a 0.6.

Na tua resposta:

- apresente uma condição que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permita(m) resolver a condição e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondada(s) às milésimas;
- apresente o conjunto solução da condição na forma de intervalo de números reais, com os extremos arredondados às centésimas.

10. De uma progressão geométrica (d_n) sabe-se que o quarto termo é o óctuplo do sétimo termo e que a razão é igual a 32 vezes o nono termo.

Determine a soma dos cinco primeiros termos desta progressão.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

FIM