

10º ANO | FICHA 19 | 2022

António Leite

1. Considere duas funções reais de variável real f e g , ambas de domínio \mathbb{R} .

Sabe-se que:

- f é uma função ímpar e g é uma função par
- f é uma função bijetiva
- $f(2) = \sqrt{8}$
- $g(-1) = 3\sqrt{2}$

Qual é o valor de $\frac{f^{-1}(\sqrt{8}) + 8}{g(1) - f(-2)}$?

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $5\sqrt{2}$ (D) $-10\sqrt{2}$

2. Considere as funções reais de variável real, f , g e h definidas por:

- $f(x) = \frac{x}{x-3}$
- $g(x) = -2x + 1$
- $h(x) = \frac{2x+1}{x-5}$

2.1. Determine o domínio das funções f , g e h .

2.2. Caracterize a função h^{-1} , inversa de h .

2.3. Caracterize a função $f \circ g$.

3. Considere uma função f , real de variável real, de domínio \mathbb{R} .

Descreva como pode obter o gráfico de cada uma das seguintes funções a partir do gráfico da função f .

3.1. $g(x) = f(x-3)$

3.5. $n(x) = 3f\left(\frac{x}{2}\right)$

3.2. $h(x) = f(x+1) - 4$

3.6. $o(x) = \frac{1}{2}f(4x)$

3.3. $j(x) = f(-x) + 1$

3.7. $r(x) = -\frac{3}{2}f(-3x) + 1$

3.4. $m(x) = -f(x+2)$

3.8. $s(x) = -\frac{1}{3}f(3x+6)$

4. Considere uma função f , real de variável real.

Sabe-se que:

- $D_f = [-4, 6]$
- $D'_f = \left[-\frac{3}{2}, 5\right]$
- os zeros de f são: -3 , 2 e $\frac{7}{2}$

Indique o domínio, o contradomínio e os zeros, caso existam, de cada uma das seguintes funções:

4.1. $g(x) = f(x - 8)$

4.2. $h(x) = f(-x)$

4.3. $j(x) = -f(x)$

4.4. $t(x) = f(x + 3) + 2$

5. Considere as funções f e g , ambas de domínio \mathbb{R} , definidas por $f(x) = \frac{x}{2} + 3$ e $g(x) = -x + 4$.

Sabe-se que:

- A é o ponto do gráfico de f de ordenada 7
- B é o ponto do gráfico de g de abscissa 2

5.1. Determine a equação reduzida da circunferência de diâmetro $[AB]$.

5.2. Seja I o ponto de interseção dos gráficos de f e g .

Determine a equação reduzida da mediatriz de $[OI]$, sendo O a origem do referencial.

FIM

Soluções

1. (B)

2.

2.1. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_h = \mathbb{R} \setminus \{5\}$$

2.2.

$$h^{-1}: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{5x + 1}{x - 2}$$

2.3.

$$f \circ g: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{2x - 1}{2x + 2}$$

3. O gráfico obtém-se a partir do gráfico de f percorrendo, sucessivamente, as seguintes transformações:

3.1. Translação horizontal associada ao vetor $\vec{u}(3,0)$.

3.2. Translação associada ao vetor $\vec{v}(-1,-4)$.

3.3. 1. Reflexão de eixo Oy ;
2. Translação vertical associada ao vetor $\vec{w}(0,1)$.

3.4. 1. Translação horizontal associada ao vetor $\vec{t}(-2,0)$;
2. Reflexão de eixo Ox .

3.5. 1. Dilatação horizontal de coeficiente 2;
2. Dilatação vertical de coeficiente 3.

3.6. 1. Contração horizontal de coeficiente $\frac{1}{4}$;
2. Contração vertical de coeficiente $\frac{1}{2}$.

3.7. 1. Contração horizontal de coeficiente $\frac{1}{3}$;
2. Reflexão de eixo Oy ;
3. Dilatação vertical de coeficiente $\frac{3}{2}$;
4. Reflexão de eixo Ox ;
5. Translação vertical associada ao vetor $\vec{p}(0,1)$.

3.8. 1. Translação horizontal associada ao vetor $\vec{u}(-2,0)$;
2. Contração horizontal de coeficiente $\frac{1}{3}$;
3. Contração vertical de coeficiente $\frac{1}{3}$;
4. Reflexão de eixo Ox .

4.

4.1. $D_g = [4, 14]$

$$D'_g = \left[-\frac{3}{2}, 5 \right]$$

Zeros de g : 5, 10 e $\frac{23}{2}$

4.2. $D_h = [-6, 4]$

$$D'_h = \left[-\frac{3}{2}, 5 \right]$$

Zeros de h : $-\frac{7}{2}$, -2 e 3

4.3. $D_j = [-4, 6]$

$$D'_j = \left[-5, \frac{3}{2}\right]$$

Zeros de j : $-3, 2$ e $\frac{7}{2}$

4.4. $D_t = [-7, 3]$

$$D'_t = \left[\frac{1}{2}, 7\right]$$

Zeros de t : não tem

5.

5.1. $(x-5)^2 + \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$

5.2. $y = -\frac{1}{5}x + \frac{26}{5}$

PLANO ALPHA