

10º ANO | TESTE 2 | 2022

António Leite

1. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado do plano xOy , o vetor $\vec{u}(2, -6)$ e a circunferência definida pela equação $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 1$.

Qual das equações seguintes define a reta que passa pelo centro desta circunferência e tem direção do vetor \vec{u} ?

- (A) $(x, y) = (3, -4) + k(2, -6), k \in \mathbb{R}$ (C) $(x, y) = (3, -4) + k(-1, -3), k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x, y) = (-3, 4) + k(-1, -3), k \in \mathbb{R}$ (D) $(x, y) = (-3, 4) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R}$

2. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado do plano xOy , as retas r e t definidas por:

$$r : 2y = -8ax + 3, a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$t : (x, y) = (1, 4) + \lambda(2, 1), \lambda \in \mathbb{R}$$

Sabe-se que as retas r e t são paralelas.

Qual é o valor de a ?

- (A) $-\frac{1}{8}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) -4 (D) -8

3. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço $Oxyz$, o ponto P de coordenadas $(2, -5, 4)$.

Qual das condições seguintes pode definir a reta paralela ao eixo Oz e que passa pelo ponto P ?

- (A) $x = 2 \wedge y = -5$ (C) $y = -5 \wedge z = 4$
 (B) $x = 2 \wedge z = 4$ (D) $x = 0 \wedge y = 0$

4. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço $Oxyz$, os pontos $A(2, -1, 4)$ e $C(1, 6, -5)$ e o vetor $\vec{CB}(-3, -2, 1)$.

4.1. Escreva uma equação vetorial da reta que passa pelo ponto B e é paralela ao eixo Ox .

4.2. Seja β o plano mediador de $[AC]$.

Determine uma equação do plano β .

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$, com a, b, c e $d \in \mathbb{R}$.

5. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço $Oxyz$, os pontos $R(-4, 1, 2)$ e $T(2, -5, 6)$.

Seja E a esfera de diâmetro $[RT]$.

5.1. Determine a inequação reduzida da esfera E .

5.2. A interseção da esfera E com o plano de equação $x = 1$ é:

- (A) um círculo de área 22π
- (B) um círculo de área 18π
- (C) um círculo de área 9π
- (D) um círculo de área $3\sqrt{2}\pi$

6. Sejam f e g duas funções reais de variável real, definidas por:

$$f(x) = \frac{3}{x^2 + 25} \text{ e } g(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{x^2 - 4x - 5}$$

6.1. Caracterize a função g .

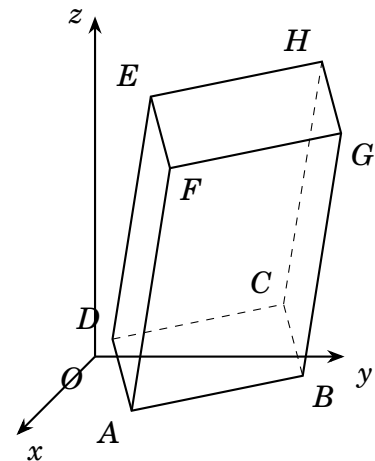
6.2. Qual é o domínio da função f ?

- (A) \mathbb{R}
- (B) $\mathbb{R} \setminus \{5\}$
- (C) $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$
- (D) $\mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$

7. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o vértice A tem coordenadas $(1, 2, -2)$
- o vértice B tem coordenadas $(-3, 8, -2)$
- o vértice H tem coordenadas $(0, 10, 13)$



7.1. Escreva uma equação vetorial da reta AE .

7.2. Seja Q o ponto de interseção da reta BE com o plano xOz .

Determina as coordenadas do ponto Q .

8. Considere as funções h e j definidas por:

$$G_h = \{(-4, \sqrt{20}), (1, -3), (\sqrt{2}, -1), (3, -\sqrt{5})\}$$

$$j: \left\{-\frac{3}{2}, -1, \frac{1}{2}, 5\right\} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto 2 - x$$

8.1. Determine o contradomínio da função j .

8.2. Qual das seguintes afirmações é falsa?

(A) $D'_h = \{-3, -\sqrt{5}, -1, 2\sqrt{5}\}$

(B) $\frac{1}{h(3)} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

(C) $h(-4) - h(3) = \sqrt{5}$

(D) $\frac{20}{h(-4)} = h(-4)$

9. Considere as funções t e i , reais de variável real, definidas por:

$$t(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{2x+8}} \text{ e } i(x) = -2x + 5$$

9.1. Quantos números inteiros pertencem ao domínio da função t ?

(A) 8

(B) 7

(C) 6

(D) 5

9.2. Prove, usando a definição, que a função i é injetiva.

9.3. Caracterize a função $t \circ i$.

10. Seja p a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$, definida por:

$$p(x) = \frac{x}{2x+1}$$

Determine o contradomínio da função p .

FIM