

10º ANO | FICHA 18 | 2022

António Leite

---

1. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, o plano  $\alpha$  definido pela equação  $4x - 3y + 2z - 16 = 0$ .

Sejam  $A$  e  $B$  os pontos de interseção do plano  $\alpha$  com os eixos  $Ox$  e  $Oz$ , respetivamente.

Qual das seguintes equações pode definir a reta  $AB$ ?

- (A)  $(x, y, z) = (4, 0, 0) + k(4, 0, 8), k \in \mathbb{R}$   
 (B)  $(x, y, z) = (0, 0, 8) + k(-4, 0, -8), k \in \mathbb{R}$   
 (C)  $(x, y, z) = (2, 0, 4) + k(1, 0, -2), k \in \mathbb{R}$   
 (D)  $(x, y, z) = (-1, 0, 2) + k(-4, 0, 8), k \in \mathbb{R}$

2. Considere as funções  $f$  e  $g$ , reais de variável real, definidas por:

$$f(x) = 5 - 2x \text{ e } g(x) = \frac{2}{x^2 - 5}$$

- 2.1. Mostre que a função  $f$  é bijetiva.  
 2.2. Caracterize a função  $f^{-1}$ , inversa da função  $f$ .  
 2.3. A função  $g$  é injetiva? Justifique.  
 2.4. Caracterize a função  $g$ .

3. Considere as funções  $f$  e  $g$ , reais de variável real, definidas por:

$$f(x) = \sqrt{x - 1} \text{ e } g(x) = -3x + 2$$

- 3.1. Determine o domínio da função  $f \circ g$ .  
 Apresente a resposta usando a notação de intervalos de números reais.  
 3.2. Qual dos seguintes é o valor de  $(f \circ g)\left(-\frac{8}{3}\right)$ ?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6

4. Considere a função  $f$  tal que:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto -8x + 4$$

e a função  $g$  definida pelo gráfico  $G_g = \{(-1, 4), (1, 3), (3, 4), (5, -1)\}$ .

4.1. Indique, justificando, o valor lógico da seguinte proposição:

$$\forall x_1, x_2 \in D_g, x_1 \neq x_2 \Rightarrow g(x_1) \neq g(x_2)$$

4.2. Caracterize a função  $f \circ f$ .

4.3. Sabe-se que  $f^{-1}(2) = 4 - a$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

Determine o valor de  $a$ .

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

5. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções reais de variável real de domínio  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , respectivamente.

Sabe-se que:

- $f$  é uma função ímpar;
- $g$  é definida por  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ .

Mostre que a função  $g$  é par.

**FIM**

---

## Soluções

1. (C)

2.

2.2.

$$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{5-x}{2}$$

2.3. Não, por exemplo, os objetos 1 e  $-1$  têm a mesma imagem,  $g(-1) = g(1) = -\frac{1}{2}$ .

2.4.

$$g: \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{2}{x^2 - 5}$$

3.

3.1.  $D_{f \circ g} = \left] -\infty, \frac{1}{3} \right]$

3.2. (A)

4.

4.1. Falso, a função  $g$  é não injetiva, pois  $-1 \neq 3$  e  $g(-1) = g(3) = 4$

4.2.

$$\begin{aligned} f \circ f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto 64x - 28 \end{aligned}$$

4.3.  $a = \frac{15}{4}$

PLANO ALPHA