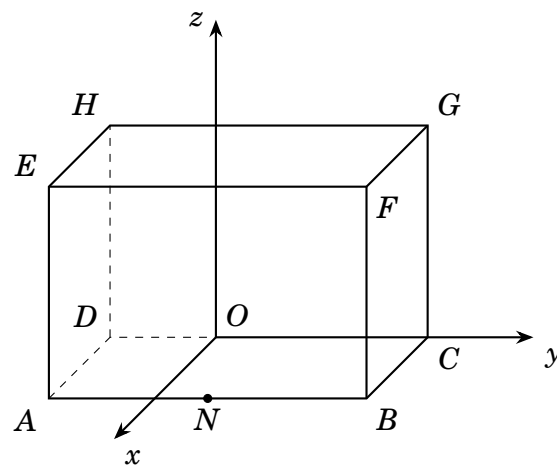


1. Considere a sucessão  $(u_n)$  de termo geral  $u_n = \frac{2-6n}{n+4}$ .
  - 1.1. Estude a sucessão  $(u_n)$  quanto à monotonia.
  - 1.2. Prove que a sucessão  $(u_n)$  é limitada.
  - 1.3. Determine, sem recorrer à calculadora, quantos termos de ordem par da sucessão  $(u_n)$  pertencem ao intervalo  $\left[-\frac{83}{16}, -\frac{28}{9}\right]$ .
2. Na figura está representado o paralelepípedo  $[ABCDEFGH]$  e fixado um referencial ortonomado do espaço.

Sabe-se que:

- a face  $[ABCD]$  está contida no plano  $xOy$
- a aresta  $[CD]$  está contida no eixo  $Oy$
- o ponto  $E$  tem coordenadas  $(3, -2, 4)$
- $\overline{AB} = 6$
- o ponto  $N$  pertence ao segmento de reta  $[AB]$  e  $\overline{ON} = \sqrt{10}$



- 2.1. Seja  $\alpha$  a amplitude, em radianos, do ângulo  $CNE$ .

Determine o valor exato de  $\frac{1}{\tan^2(\alpha)+1} + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

- 2.2. Determine uma equação do plano paralelo ao plano  $AFG$  que passa na origem do referencial.

Apresente essa equação na forma  $ax + by + cz + d = 0$  com  $a, b, c$  e  $d \in \mathbb{R}$ .

3. Uma lata cilíndrica, sem tampa, tem volume igual a  $5\text{cm}^3$ .

Determine as dimensões da lata (raio da base e altura da lata), de modo que a quantidade de material usado para o seu fabrico seja mínimo.

4. Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (A) A primeira derivada de uma função par é sempre uma função par.
- (B) A primeira derivada de uma função ímpar é sempre uma função par.
- (C) A função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = |x|$  é contínua e derivável em  $x = 0$ .
- (D) Se  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = k$ , então,  $g(a) = k$ , sendo  $k$  um número real.

5. Considere a função  $j$ , definida em  $\mathbb{R}$ , por  $j(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , com  $a, b, c$  e  $d \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Prove que a função  $j$  tem exatamente um ponto de inflexão de coordenadas  $(x_0, y_0)$ , com

$$x_0 = -\frac{b}{3a} \text{ e } y_0 = \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{bc}{3a} + d.$$

**FIM**

---

### Soluções

1.

1.1. Monótona decrescente

1.3. 12

2.

2.1.  $\frac{9}{25}$

2.2.  $2y - 3z = 0$

3. o raio da base e a altura da lata devem ter  $\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}$  cm de comprimento

4. (B)