

12º ANO | FICHA 13 | 2022

António Leite

1. Seja f uma função cuja derivada f' , de domínio \mathbb{R} , é dado por $f'(x) = (-3 + x)^2$. Qual das seguintes afirmações é falsa?
- (A) A função f tem um mínimo relativo em $x = 3$.
 - (B) O gráfico da função f tem a concavidade voltada para cima no intervalo $[3, +\infty[$.
 - (C) O gráfico da função f tem um ponto de inflexão de coordenadas $(3, f(3))$.
 - (D) A reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $x = 2$ é paralela à bissetriz dos quadrantes pares.

2. Considere uma função f , de domínio \mathbb{R} .

Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + 3x) = 4$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ existe e é negativo, para qualquer número real
- $f(b) \times f(b + 1) < 0$, para um certo número real b

Considere as afirmações:

- I. $y - 3x - 4 = 0$ é uma equação da assíntota ao gráfico de f quando x tende para $+\infty$.
- II. A função f é contínua em \mathbb{R} .
- III. O teorema de Bolzano-Cauchy permite garantir, no intervalo $[b, b + 1]$, a existência de, pelo menos, um zero da função f .

Elabore uma composição, na qual indique, justificando, se cada uma das afirmações é verdadeira ou falsa.

Na sua resposta apresente três razões diferentes, uma para cada afirmação.

3. De uma certa função h , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que a sua segunda derivada é dada por $h''(x) = (x^2 - a)(x^2 + b)(x + c)^2$, com a , b , e $c \in \mathbb{R}$.

Sabe-se, ainda, que o gráfico de h tem exatamente dois pontos de inflexão.

Quais dos seguintes podem ser os valores de a , b e c ?

- (A) $a = -1$; $b = 1$ e $c = 3$ (C) $a = -3$; $b = 3$ e $c = 0$
(B) $a = -2$; $b = -2$ e $c = -2$ (D) $a = 2$; $b = -4$ e $c = 0$

4. Seja (u_n) uma progressão aritmética.

Sabe-se que $u_8 = 2u_2$ e $u_{20} = 2u_4 - 4$.

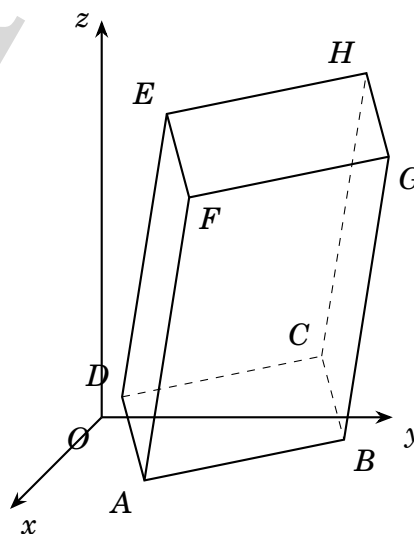
Qual é o valor de u_{100} ?

- (A) -102 (B) -52 (C) 52 (D) 102

5. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o vértice D pertence ao eixo Ox
- as coordenadas dos vértices A , B e H são $(1, 2, -2)$, $(-3, 8, -2)$ e $(0, 10, 13)$, respetivamente.



- 5.1. Determine a amplitude do ângulo BAH .

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

- 5.2. Determine a equação reduzida da superfície esférica de centro no ponto E e que passa no ponto A .

- 5.3. Usando o produto escalar, determine uma equação do plano mediador do segmento de reta $[AH]$.

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$, com a , b , c e $d \in \mathbb{R}$.

FIM

Soluções

1. (D)

3. (B)

4. (B)

5.

5.1. 65°

5.2. $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-13)^2 = 238$

5.3. $-x + 8y + 15z - 130 = 0$

PLANO ALPHA