

11º ANO | FICHA 14 | 2022

António Leite

1. Prove a seguinte igualdade:

$$(1 - \cos^2(\alpha))(1 + \cos^2(\alpha)) = 2 \sin^2(\alpha) - \sin^4(\alpha)$$

2. Seja α o plano definido pela equação $x - 2y + z + 3 = 0$.

Qual das seguintes define a equação de um plano estritamente paralelo a α ?

(A) $2x - 4y + 2z + 6 = 0$

(C) $-2x + 4y - 2z + 6 = 0$

(B) $-2x - y + 3 = 0$

(D) $2x + y + 3 = 0$

3. Considere, num referencial ortonormado do espaço, o plano α definido pela equação $3x - 2y + z + 4 = 0$ e o ponto $A(1, -2, 3)$.

3.1. Seja r a reta perpendicular ao plano α que passa pelo ponto A .

3.1.1. Determine uma equação vetorial da reta r .

3.1.2. Determine as coordenadas do ponto do plano α que se encontra mais próximo do ponto A .

3.2. Seja s a reta definida vetorialmente por $(x, y, z) = A + k(2n, 3n^2 - 6, 0)$, $k \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{R}^+$.

Qual dos seguintes pode ser o valor de n de modo que a reta s seja paralela ao plano α ?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

4. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$,

- o plano α de equação $2x + 4y + 6z + 32 = 0$

- a reta r de equação vetorial $(x, y, z) = (0, -2, -4) + k(1, -5, 3)$, $k \in \mathbb{R}$

A interseção da reta r com o plano α é:

(A) o conjunto vazio

(B) um ponto

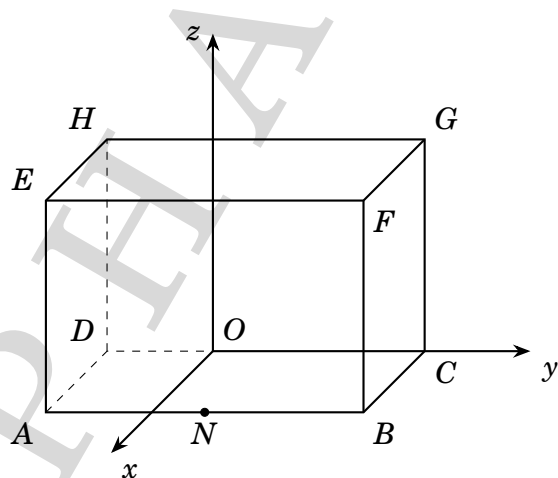
(C) uma reta

(D) um plano

5. Na figura está representado o paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ e fixado um referencial ortornormado do espaço.

Sabe-se que:

- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy
- a aresta $[CD]$ está contida no eixo Oy
- o ponto E tem coordenadas $(3, -2, 4)$
- $\overline{AB} = 6$
- o ponto N pertence ao segmento de reta $[AB]$ e $\frac{ON}{AB} = \frac{\sqrt{10}}{6}$



- 5.1. Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo CNE .

Determine o valor exato de $\frac{1}{\tan^2(\alpha) + 1} + \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

- 5.2. Determine uma equação do plano paralelo ao plano AFG que passa na origem do referencial.

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$ com a, b, c e $d \in \mathbb{R}$.

FIM

Soluções

2. (C)

3.

3.1.

3.1.1. $(x, y, z) = (1, -2, 3) + k(3, -2, 1), k \in \mathbb{R}$

3.1.2. $(-2, 0, 2)$

3.2. (B)

4. (C)

5.

5.1. $\frac{9}{25}$

5.2. $2y - 3z = 0$