

11º ANO | FICHA 12 | 2022

António Leite

1. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \sqrt{3} + 2\cos(2x)$.

1.1. Determine o contradomínio da função f .

Apresente o resultado usando a notação de intervalos de números reais.

1.2. Determine uma expressão geral dos zeros da função f .

1.3. Qual dos seguintes é o minimizante negativo de maior valor da função f ?

- (A) $-\frac{3\pi}{2}$ (B) $-\pi$ (C) $-\frac{\pi}{2}$ (D) $-\frac{\pi}{4}$

1.4. Prove que f é uma função periódica de período π .

2. Considere as funções g e h , ambas de domínio \mathbb{R} , definidas por:

$$g(x) = 2 - 4\sin^2\left(x + \frac{\pi}{5}\right) \text{ e } h(x) = 4 + 4\tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$$

2.1. Qual dos seguintes intervalos de números reais é o contradomínio da função g ?

- (A) $[-2, 2]$ (B) $[-2, 2]$ (C) $[0, 4]$ (D) $[0, 6]$

2.2. Determine o domínio da função h .

3. Num triângulo equilátero $[ABC]$ de lado $2a$, o valor de $(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \vec{BC}$ é?

- (A) 0 (B) $-4a^2$ (C) $-2a^2$ (D) $2a^2$

4. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, os pontos $A(-2, 5)$, $B(4, -3)$ e $C(1, -4)$ e os vetores $\vec{u}(4, -2)$ e $\vec{v}(1, 3)$.

4.1. Escreva a equação reduzida da reta AC e em seguida determina a inclinação dessa reta.

Apresente o valor da inclinação da reta em radianos, arredondado às centésimas.

4.2. Determine as coordenadas do ponto P da bissetriz dos quadrantes pares tal que $\vec{AP} \cdot \vec{CB} = -1$.

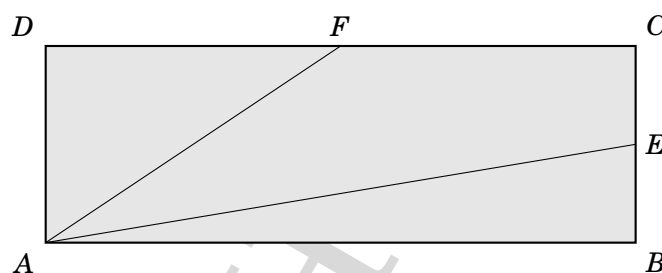
4.3. Determine a amplitude do ângulo formado pelos vetores \vec{u} e \vec{v} .

Apresente o resultado em graus, arredondado às décimas.

5. Na figura está representado o retângulo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- E é o ponto médio de $[BC]$
- F é o ponto médio de $[DC]$
- $\overline{AB} = 3 \times \overline{BC}$



Mostre que $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{FA} = -5 \times \overline{BC}^2$.

FIM

Soluções

1.

1.1. $D'_f = [-2 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$

1.2. $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

1.3. (C)

2.

2.1. (B)

2.2. $D_h = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

3. (A)

4.

4.1. $AC : y = -3x - 1$ e $\alpha = 1,89\text{rad}$

4.2. $P(-1, 1)$

4.3. $98,1^\circ$