

1. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os pontos  $A(2, -3, 1)$ ,  $B(0, -2, 4)$  e  $C(5, 3, -1)$  e os vetores  $\vec{u}(2, -3, 3)$  e  $\vec{v}(4, -8, 2k)$ ,  $k \in \mathbb{R}^-$ .

1.1. Determine as coordenadas de:

1.1.1.  $\vec{AB} - 3\vec{BC}$

1.1.2.  $A - 3\vec{u}$

1.1.3.  $\vec{AC} - 2(\vec{BA} - \vec{u})$

1.2. Determine o valor exato de  $k$  de modo que  $\|\vec{v}\| = 10$ .

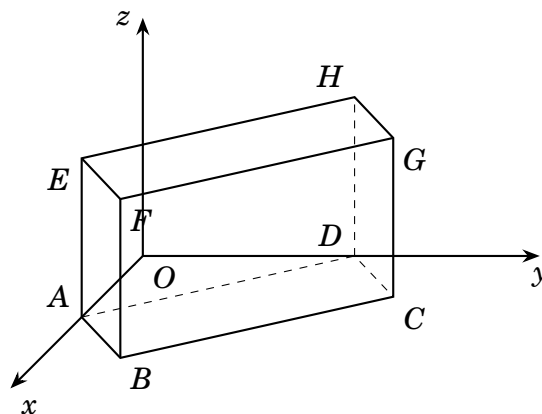
2. Considere, fixado num referencial ortonormado do espaço, o vetor  $\vec{u}(3, -4, \sqrt{2})$ .

Determine as coordenadas de um vetor colinear a  $\vec{u}$ , com o mesmo sentido de  $\vec{u}$  e de norma  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ .

3. Na figura está representado, num referencial ortonormado do espaço  $Oxyz$ , um paralelepípedo retângulo  $[ABCDEFGH]$ .

Sabe-se que:

- o vértice  $A$  pertence ao eixo  $Ox$  e o vértice  $D$  pertence ao eixo  $Oy$
- o vértice  $B$  tem coordenadas  $(10, 3, 0)$ , o vértice  $D$  tem coordenadas  $(0, 8, 0)$  e o vértice  $G$  tem coordenadas  $(4, 11, 6)$
- o vetor  $\vec{GF}$  tem coordenadas  $(6, -8, 0)$



3.1. Determine a área total do paralelepípedo.

3.2. Qual das seguintes condições define a reta paralela ao eixo  $Ox$  e que passa pelo ponto  $C$ ?

(A)  $y = 11 \wedge z = 0$

(C)  $x = 3 \wedge y = 11$

(B)  $y = 8 \wedge z = 0$

(D)  $x = 3 \wedge y = 8$

3.3. Determine a inequação reduzida da esfera de centro no ponto médio de  $[BC]$  e raio igual a  $\|\vec{AC}\|$ .

4. Considere, num referencial ortonormado  $Oxyz$ , a superfície esférica de equação

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 2)^2 = 17$$

Seja  $P$  o ponto da superfície esférica de abcissa 1, cota  $-1$  e ordenada negativa.

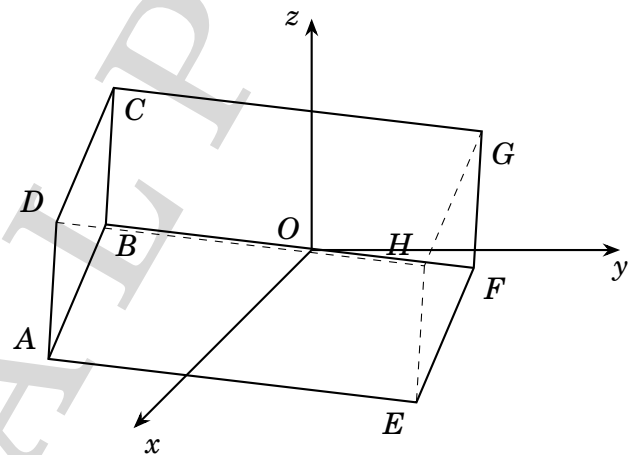
Determine uma equação do plano mediador de  $[OP]$ , sendo  $O$  a origem do referencial.

Apresente essa equação na forma  $ax + by + cz + d = 0$ , com  $a, b, c$  e  $d \in \mathbb{R}$ .

5. Na figura está representado, num referencial ortonormado do espaço  $Oxyz$ , um prisma quadrangular regular  $[ABCDEFGH]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(11, -6, 0)$
- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(13, -3, 6)$
- o ponto  $C$  tem coordenadas  $(7, -5, 9)$
- o ponto  $E$  tem coordenadas  $(5, 6, -4)$



5.1. Determine as coordenadas dos restantes vértices do prisma.

5.2. Determine a equação reduzida da superfície esférica que contém os oito vértices do prisma  $[ABCDEFGH]$ .

5.3. Determine uma equação do plano  $ACG$ .

Apresente o resultado na forma  $ax + by + cz + d = 0$ , com  $a, b, c$  e  $d \in \mathbb{R}$ .

**FIM**

---

## Soluções

1.

1.1.

1.1.1.  $(-17, -14, 18)$

1.1.2.  $(-4, 6, -8)$

1.1.3.  $(3, 2, 10)$

1.2.  $k = -\sqrt{5}$

2.  $\left(\frac{9}{2}, -6, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

3.

3.1. 280

3.2. (A)

3.3.  $(x - 7)^2 + (y - 7)^2 + z^2 \leq 125$

4.  $-2x + 14y + 2z + 51 = 0$

5.

5.1.  $D(5, -8, 3)$

$F(7, 9, 2)$

$G(1, 7, 5)$

$H(-1, 4, -1)$

5.2.  $(x - 6)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{147}{2}$

5.3.  $8x + 5y + 3z - 58 = 0$