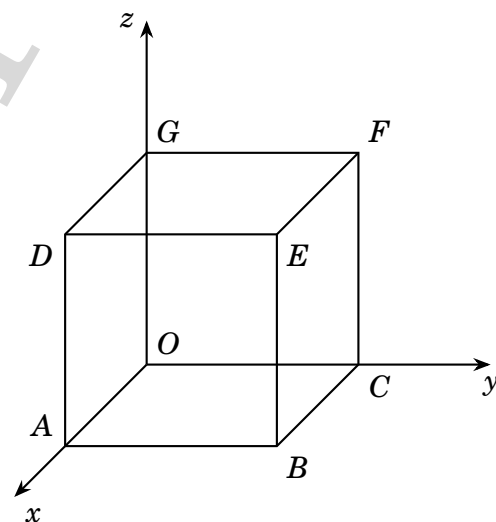


1. Na figura está representado um cubo  $[OABCDEFG]$ .

Sabe-se, fixado, um referencial ortonormado do espaço que:

- O vértice  $O$  coincide com a origem do referencial e os vértices  $A$ ,  $C$  e  $G$  pertencem aos eixos  $Ox$ ,  $Oy$  e  $Oz$ , respetivamente.
- o vértice  $E$  tem coordenadas  $(8, 8, 8)$ .



1.1. Indique as coordenadas dos vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $F$  e  $G$ .

1.2. Defina analiticamente:

- 1.2.1. o plano  $ABE$ ;
- 1.2.2. a reta  $EF$ ;
- 1.2.3. o segmento de reta  $[DE]$ ;
- 1.2.4. a semireta  $\vec{FG}$ ;
- 1.2.5. a face  $[DEFG]$ ;
- 1.2.6. o cubo  $[OABCDEFG]$ .

1.3. Indique as coordenadas:

- 1.3.1. do centro da face  $[BCEF]$ ;
- 1.3.2. do ponto médio de  $[DE]$ ;
- 1.3.3. do centro do cubo.

2. Considere, fixado, um referencial cartesiano do espaço, o ponto  $P$  de coordenadas  $(-1, 2, -3)$ .

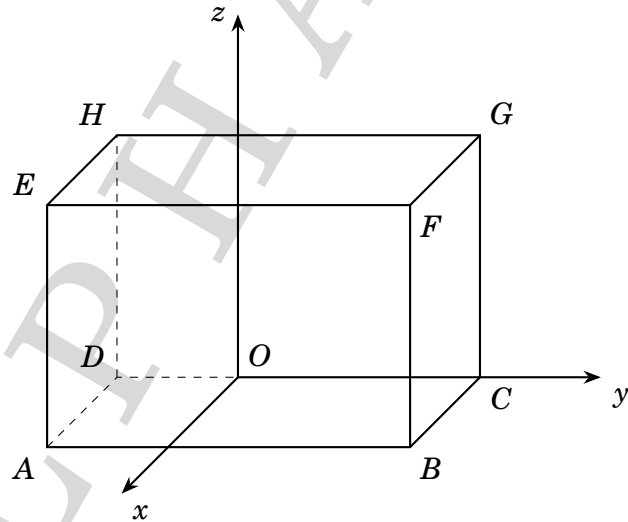
Qual das seguintes condições pode definir a reta paralela ao eixo  $Ox$  e que passa pelo ponto  $P$ ?

- (A)  $y = 2 \wedge z = -3$       (B)  $x = -1 \wedge y = 2$       (C)  $x = 1 \wedge z = -3$       (D)  $x = 0 \wedge y = 0$

3. Na figura está representado o paralelepípedo  $[ABCDEFGH]$  e fixado um referencial ortonormado do espaço.

Sabe-se que:

- a face  $[ABCD]$  está contida no plano  $xOy$
- a aresta  $[CD]$  está contida no eixo  $Oy$
- o ponto  $E$  tem coordenadas  $(3, -2, 4)$
- $\overline{AB} = 6$



- 3.1. Indique as coordenadas dos restantes vértices do paralelepípedo.

- 3.2. Defina analiticamente:

- 3.2.1. o plano medidor de  $[FG]$ ;
- 3.2.2. o plano medidor de  $[EF]$ ;
- 3.2.3. a aresta  $[BF]$ ;
- 3.2.4. a reta  $HG$ ;
- 3.2.5. a semirreta  $\vec{FG}$ .

4. Fixado um referencial ortonormado do espaço considere os pontos  $A(-2, 3, 6)$ ,  $B(-1, -4, -3)$  e  $C(2, -1, 0)$ .

- 4.1. Determine a equação reduzida da superfície esférica de diâmetro  $[AC]$ .

- 4.2. Determine uma equação do plano medidor do segmento de reta  $[AB]$ .

Apresente a equação pedida na forma  $ax + by + cz + d = 0$  com  $a, b, c$  e  $d \in \mathbb{R}$ .

- 4.3. Defina analiticamente:

- 4.3.1. a reta paralela ao eixo  $Oy$  e que passa pelo ponto  $B$ .
- 4.3.2. a reta paralela ao eixo  $Oz$  e que passa pelo ponto  $C$ .
- 4.3.3. o conjunto de ponto do espaço cuja distância ao ponto  $A$  é igual a  $\overline{BC}$ .

5. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, os pontos  $A(3, 4, 5)$ ,  $B(2, 3, 4)$  e  $C(4, 2, 2k)$  em que  $k \in \mathbb{R}$ .

Sabe-se que o triângulo  $[ABC]$  é retângulo em  $A$ .

Qual dos seguintes é o valor de  $k$ ?

- (A)  $-3$                       (B)  $-2$                       (C)  $2$                       (D)  $3$

**FIM**

---

## Soluções

1.

1.1.  $A(8,0,0)$

$B(8,8,0)$

$C(0,8,0)$

$D(8,0,8)$

$F(0,8,8)$

$G(0,0,8)$

1.2.

1.2.1.  $x = 8$

1.2.2.  $y = 8 \wedge z = 8$

1.2.3.  $x = 8 \wedge 0 \leq y \leq 8 \wedge z = 8$

1.2.4.  $x = 0 \wedge y \leq 8 \wedge z = 8$

1.2.5.  $0 \leq x \leq 8 \wedge 0 \leq y \leq 8 \wedge z = 8$

1.2.6.  $0 \leq x \leq 8 \wedge 0 \leq y \leq 8 \wedge 0 \leq z \leq 8$

1.3.

1.3.1.  $(4,8,4)$

1.3.2.  $(8,4,8)$

1.3.3.  $(4,4,4)$

2. (A)

3.

3.1.  $A(3,-2,0)$

$B(3,4,0)$

$C(0,4,0)$

$D(0,-2,0)$

$F(3,4,4)$

$G(0,4,4)$

$H(0,-2,4)$

3.2.

3.2.1.  $x = \frac{3}{2}$

3.2.2.  $y = 1$

3.2.3.  $x = 3 \wedge y = 4 \wedge 0 \leq z \leq 4$

3.2.4.  $x = 0 \wedge z = 4$

3.2.5.  $x \leq 3 \wedge y = 4 \wedge z = 4$

4.

4.1.  $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 17$

4.2.  $2x - 14y - 18z + 23 = 0$

**4.3.**

**4.3.1.**  $x = -1 \wedge z = -3$

**4.3.2.**  $x = 2 \wedge y = -1$

**4.3.3.**  $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-6)^2 = 27$

**5. (D)**

PLANO ALPHA