12º ANO | FICHA 11 | 2022

António Leite

1. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$.

A reta de equação $y = 3x - 4$ é assíntota oblíqua ao gráfico da função f.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{[f(x)]^2 - 3xf(x)}$?

(A) -6 **(B)** $-\dfrac{1}{6}$ **(C)** $-\dfrac{1}{12}$ **(D)** 6

2. Seja f uma função contínua no intervalo $[0,2]$.

Sabe-se que:

- $f(0) > 0$
- $f(2) < 4$

Mostre que a equação $f(x) = x^2$ é possível no intervalo $]0,2[$.

3. O António inscreveu-se nos exames nacionais de Matemática A e Português.

A probabilidade de ficar aprovado no exame de Português é $0,55$.

Sabe-se, ainda, que a probabilidade do António ficar aprovado em pelo menos um destes dois exames é $0,82$.

Determine a probabilidade do António ficar aprovado no exame de Matemática, sabendo que não ficou aprovado no exame de Português.

Apresente o resultado na forma de percentagem.

4. Estude, sem recorrer à calculadora, cada uma das funções definidas pelas expressões seguintes, quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico e, caso existam, escreva as suas equações.

4.1. $f(x) = \dfrac{4+2x}{x-1}$

4.2. $g(x) = \dfrac{3x^2-2}{5-x}$

4.3. $h(x) = \dfrac{2x^2-x-15}{x^2-9}$

4.4. $j(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-9}}$

4.5. $i(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{2-x} & \text{se } x < 2 \\ \dfrac{x}{1+x^2} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

5. Determine uma expressão analítica da primeira derivada de cada uma das funções definidas por:

5.1. $f(x)=(4x-3)^2\left(x-x^2\right)^3$

5.2. $g(x)=\dfrac{x-1}{2x+1}$

5.3. $h(x)=\dfrac{x}{(3-x)^2}$

5.4. $j(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-4}}$

5.5. $m(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)}$

5.6. $n(x)=\left(\dfrac{2x+3}{x-1}\right)^3$

FIM

Soluções

1. **(B)**

3. 60%

4.

4.1. $x=1$ e $y=2$

4.2. $x=5$ e $y=-3x-15$

4.3. $x=-3$ e $y=2$

4.4. $x=-3$, $x=3$, $y=x$ e $y=-x$

4.5. $x=2$, $y=-x-2$ e $y=0$

5.

5.1. $f'(x)=(4x-3)\left(x-x^2\right)^2(-32x^2+38x-9)$

5.2. $g'(x)=\dfrac{3}{(2x+1)^2}$

5.3. $h'(x)=\dfrac{x+3}{(3-x)^3}$

5.4. $j'(x)=\dfrac{x^3-8x}{(x^2-4)^{\frac{3}{2}}}$

5.5. $m'(x)=\dfrac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}$

5.6. $n'(x)=-\dfrac{15(2x+3)^2}{(x-1)^4}$