

11º ANO | FICHA 11 | 2022

António Leite

1. Considere as funções f e g , ambas de domínio $]-\pi, \pi]$, definidas por:

$$f(x) = 4 \cos(2x) + \sqrt{12} \text{ e } g(x) = 2 + 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

1.1. Determine os zeros de f .

1.2. A função g tem exatamente dois zeros.

Qual dos seguintes números representa a soma desses zeros?

- (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $-\frac{\pi}{3}$ (D) $-\frac{2\pi}{3}$

1.3. Resolva as equações:

1.3.1. $f(x) = 2\sqrt{3} - 4$

1.3.2. $g(x) = 2\left(1 + \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

2. Resolva, em \mathbb{R} , as equações:

2.1. $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \tan(2x)$

2.2. $(2 \cos x + 1)(\sin x - 1) = 0$

2.3. $\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) = -2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$

3. Considere, fixado um referencial ortonormado do plano, os pontos $A(-3, 4\sqrt{3})$ e $B(4, -\sqrt{3})$.

Determine:

3.1. a equação reduzida da reta que passa no ponto A e tem $\frac{\pi}{3}$ radianos de inclinação.

3.2. uma equação vetorial da reta que passa no ponto B e tem $\frac{5\pi}{6}$ radianos de inclinação.

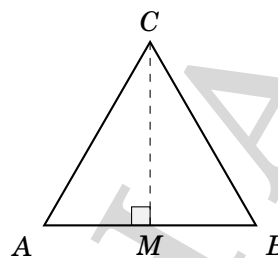
3.3. a inclinação, em radianos, da reta AB .

Apresente o resultado com aproximação às décimas.

4. Na figura está representado o triângulo equilátero $[ABC]$.

Sabe-se que:

- $[CM]$ é a altura relativa ao lado $[AB]$
- a área do triângulo $[ABC]$ é igual a $4\sqrt{3}$ u.a.



4.1. Seja l a medida do comprimento de cada um dos lados do triângulo.

Prove que a área A , do triângulo $[ABC]$, é dada em função de l , por $A = \frac{\sqrt{3}l^2}{4}$.

4.2. Determine:

4.2.1. $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$

4.2.3. $\vec{BA} \cdot \vec{MB}$

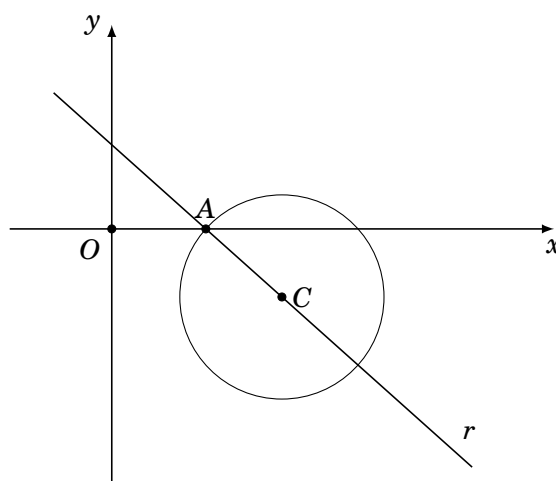
4.2.2. $\vec{AC} \cdot \vec{CM}$

4.2.4. $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$

5. Na figura, está representada num referencial o.n. xOy , a circunferência de centro C , a reta r e um ponto A .

Sabe-se que:

- a circunferência é definida pela equação $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0$
- o ponto A pertence ao eixo Ox , à reta r e à circunferência
- a reta r passa pelo centro da circunferência



Qual dos seguintes é o valor, em graus, arredondado às décimas, da inclinação da reta r ?

(A) $41,8^\circ$

(C) $141,8^\circ$

(B) $138,2^\circ$

(D) $114,8^\circ$

FIM

Soluções

1.

1.1. $x = -\frac{7\pi}{12} \vee x = -\frac{5\pi}{12} \vee x = \frac{5\pi}{12} \vee x = \frac{7\pi}{12}$

1.2. (B)

1.3.

1.3.1. $x = -\frac{\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{2}$

1.3.2. $x = -\frac{2\pi}{3} \vee x = \pi$

2.

2.1. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

2.2. $x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

2.3. $x = 2 + 4k, k \in \mathbb{Z}$

3.

3.1. $y = \sqrt{3}x + 7\sqrt{3}$

3.2. $(x, y) = (4, -\sqrt{3}) + k(-3, \sqrt{3}), k \in \mathbb{R}$, por exemplo

3.3. 2,3 rad

4.

4.2.

4.2.1. 8

4.2.2. -12

4.2.3. -8

4.2.4. -8

5. (B)