

11º ANO | FICHA 10 | 2021

António Leite

1. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = 1 + 2 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$$

1.1. Sejam A e B o mínimo absoluto e o máximo absoluto da função f , respetivamente. Qual dos seguintes é o valor de $B - A$?

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

1.2. Determine uma expressão geral dos zeros da função f .

1.3. Calcule o valor exato de $f(4\pi) - 4 \sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)$.

1.4. Determine o minimizante negativo de maior valor da função f .

2. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \frac{3 - 2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}}$$

Qual dos seguintes intervalos de números reais é o contradomínio da função g ?

- (A) $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right]$ (B) $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right]$ (C) $\left[0, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right]$ (D) $\left[0, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right]$

3. Considere a função h , real de variável real, definida por $h(x) = 2 - 2 \tan\left(\frac{\pi}{8} - 2x\right)$.

3.1. Determine o domínio da função h .

3.2. Determine o zero positivo de menor valor da função h .

4. Considere, para um certo número real α , com $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ que $\cos \alpha - \cos \alpha \sin^2 \alpha = b$, sendo b um número real.

Qual das seguintes expressões dá, em função de b , o valor exato de $\cos \alpha$?

- (A) $-\sqrt[3]{b}$ (B) $\sqrt[3]{b}$ (C) $-b^3$ (D) b^3

5. Considere as funções f e g , ambas de domínio $[0, 2\pi[$, definidas por

$$f(x) = 2\sin^2 x - \sin x \text{ e } g(x) = 2\sin x - 1$$

Sejam, num referencial ortonormado do plano, A , B e C os pontos de interseção dos gráficos de f e g , sendo A o ponto de menor abscissa e C o ponto de maior abscissa.

Determine o valor exato da área do triângulo $[ABC]$.

FIM

Soluções

1.

1.1. (A)

1.2. $x = 2\pi + 6k\pi \vee x = -2\pi + 6k\pi, k \in \mathbb{Z}$

1.3. $2\sqrt{3}$

1.4. -3π

2. (B)

3.

3.1. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-3\pi}{16} - \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

3.2. $\frac{7\pi}{16}$

4. (B)

5. $\frac{\pi}{3}$