

1. Sabe-se que  $\frac{2}{\tan(-\pi + \alpha)} = 8 \wedge \alpha \in ]-\pi, 0[$ .

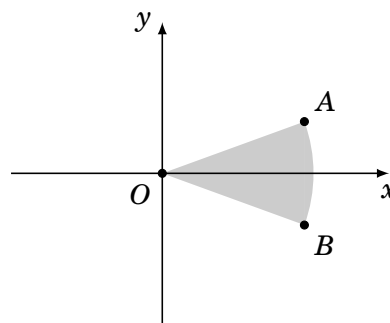
Determine o valor exato de  $\cos\left(-\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - 4\sin\left(\alpha - \frac{5\pi}{2}\right)$ .

Apresente o resultado na forma  $a\sqrt{b}$ , com  $a \in \mathbb{Z}$  e  $b$  primo.

2. Na figura está representado, num referencial o.n.  $xOy$ , um setor circular.

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  está situado no 1º quadrante.
- o ponto  $B$  está situado no 4º quadrante.
- $[AB]$  é um dos lados de um eneágono regular.
- o arco  $AB$  está contido na circunferência de centro na origem do referencial e raio igual a 2.



Qual dos números seguintes é o valor da área do setor circular  $AOB$ ?

- (A)  $\frac{\pi}{9}$                       (B)  $\frac{2\pi}{9}$                       (C)  $\frac{4\pi}{9}$                       (D)  $\frac{8\pi}{9}$

3. Resolva, em  $\mathbb{R}$ , cada uma das seguintes equações:

3.1.  $\cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

3.2.  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

3.3.  $2\cos^2(3x) = 1 - \cos(3x)$

3.4.  $\sin(2x) = \cos x$

3.5.  $2\sin^2 x = \cos x + 2$

3.6.  $\tan^2 x = 3\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$

3.7.  $\tan^3 x = \tan x$

4. Determine, caso existam, os valores de  $x \in ]-\pi, \pi[$  tais que:

4.1.  $2\sin x + 1 = 0$

4.2.  $1 + \sqrt{2}\cos x = 0$

4.3.  $-1 + \sqrt{3}\tan x = 0$

4.4.  $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

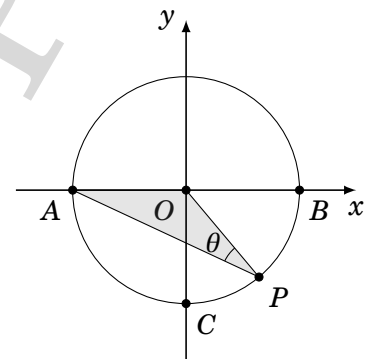
4.5.  $2\cos(-x) + \sqrt{3} = 0$

4.6.  $\tan(2x) + \sqrt{3} = 0$

5. Na figura está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , a circunferência trigonométrica.

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(-1, 0)$
- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(1, 0)$
- o ponto  $C$  tem coordenadas  $(0, -1)$
- o ponto  $P$  pertence ao arco  $ACB$
- $\theta$  representa a medida da amplitude, em radianos, do ângulo  $OPA$



5.1. Prove que o perímetro  $P$  do triângulo  $[AOP]$  é dado, em função de  $\theta$ , por:

$$P(\theta) = 2 + 2\cos\theta$$

5.2. Qual o valor do perímetro do triângulo  $[AOP]$  quando o ponto  $P$  tem abscissa  $\frac{1}{2}$ ?

(A) 3

(B)  $2 + \sqrt{2}$

(C)  $2 + \sqrt{3}$

(D) 4

**FIM**

## Soluções

1.  $-\sqrt{17}$

2. (C)

3.

3.1.  $x = \frac{19\pi}{30} + 2k\pi \vee x = -\frac{31\pi}{30} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3.2.  $x = \frac{7\pi}{24} + k\pi \vee x = \frac{13\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3.3.  $x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \vee x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \vee x = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

3.4.  $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \vee x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3.5.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \vee x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3.6.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \vee x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3.7.  $x = k\pi \vee x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

4.

4.1.  $x = -\frac{5\pi}{6} \vee x = -\frac{\pi}{6}$

4.2.  $x = -\frac{3\pi}{4} \vee x = \frac{3\pi}{4}$

4.3.  $x = -\frac{5\pi}{6} \vee x = \frac{\pi}{6}$

4.4.  $x = -\frac{3\pi}{8} \vee x = -\frac{\pi}{8} \vee x = \frac{5\pi}{8} \vee x = \frac{7\pi}{8}$

4.5.  $x = -\frac{5\pi}{6} \vee x = \frac{5\pi}{6}$

4.6.  $x = -\frac{2\pi}{3} \vee x = -\frac{\pi}{6} \vee x = \frac{\pi}{3} \vee x = \frac{5\pi}{6}$

5.

5.2. (C)