

1. Sejam a e b dois números reais maiores que 1 tais que $a > b$.

Sabe-se que $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{3}(\sqrt{a} - \sqrt{b})$.

Qual é o valor exato de $\frac{a-b}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}$?

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

2. Considere, num referencial o.n. xOy , o ponto A de coordenadas $(-4,5)$ e a reta r definida pela equação $x = 2$.

Qual das condições seguintes define a circunferência de centro no ponto A e tangente à reta r ?

- (A) $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 5 = 0$
 (B) $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 5 = 0$
 (C) $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 5 = 0$
 (D) $x^2 + y^2 + 8x - 10y - 5 = 0$

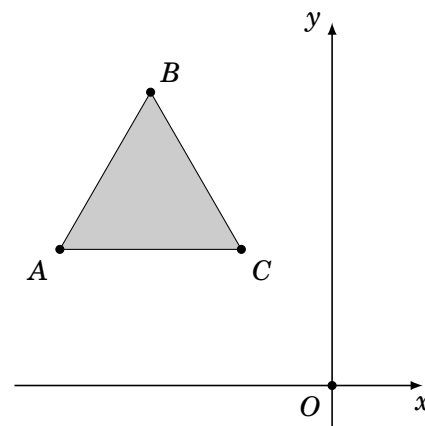
3. Na figura está representado, num referencial o.n. xOy , o triângulo $[ABC]$.

Sabe-se que:

- $A(-6,3)$
- $B(-4,3+2\sqrt{3})$
- $C(-2,3)$

- 3.1. Classifique o triângulo $[ABC]$ quanto à medida do comprimento dos lados e quanto à medida da amplitude dos ângulos.

- 3.2. Determine a equação reduzida da circunferência de centro no ponto C e tangente à reta AB .



4. Considere, num referencial o.n. xOy , o polígono definido pela condição:

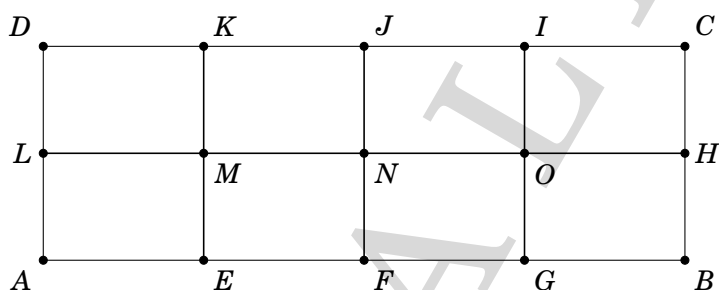
$$y \leq 8 \wedge -4 \leq x \leq 2 \wedge x + 13 - 3y \leq 0$$

4.1. Represente geometricamente este polígono.

4.2. Qual dos seguintes é o valor exato do perímetro deste polígono?

- (A) $14 + \sqrt{10}$
- (B) $12 + 2\sqrt{10}$
- (C) $14 + 2\sqrt{10}$
- (D) $12 + \sqrt{10}$

5. Na figura está representado o retângulo $[ABCD]$, o qual foi dividido em oito retângulos geometricamente iguais entre si.



5.1. Complete de modo a obter proposições verdadeiras.

5.1.1. $A + \overrightarrow{FH} = \dots$

5.1.4. $\overrightarrow{MF} - \dots = \overrightarrow{NI}$

5.1.2. $\dots - \overrightarrow{NE} = C$

5.1.5. $(B - \overrightarrow{DF}) + \overrightarrow{OB} = \dots$

5.1.3. $\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{FH} = \dots$

5.1.6. $2\overrightarrow{DK} - \overrightarrow{FC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{JF} = \dots$

5.2. Admita que:

- $\|\overrightarrow{DK}\| = 3\sqrt{2}$
- $\|\overrightarrow{JN}\| = \sqrt{8}$
- $\vec{a} = \overrightarrow{DK}$
- $\vec{b} = \overrightarrow{JN}$
- $\vec{c} = \overrightarrow{AM}$
- $\vec{d} = 3\left(-\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{c}\right) - 2\left(-\frac{3}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + 2\vec{c}\right)$

5.2.1. Mostre que $\vec{d} = 2\vec{b} + \vec{a}$.

5.2.2. Determine $\|\vec{d}\|$.

Apresente o resultado na forma $a\sqrt{b}$, com $a \in \mathbb{N}$ e b primo.

FIM

Soluções

1. (A)

2. (B)

3.

3.1. Triângulo equilátero e acutângulo

3.2. $(x + 5)^2 + (y - 3 - \sqrt{3})^2 = 12$

4.

4.2. (C)

5.

5.1.

5.1.1. N

5.1.2. O

5.1.3. \overrightarrow{DI} , por exemplo.

5.1.4. \overrightarrow{JF} , por exemplo.

5.1.5. O

5.1.6. \overrightarrow{DL} , por exemplo.

5.2.

5.2.2. $5\sqrt{2}$

PLANO ALPHA