$12^{\underline{o}}$ ANO | FICHA 2 | 2021

António Leite

1. Considere os subconjuntos de A e B de um universo $\mathbb{U}$.

Prove que:

1.1. $B \cup (B \cap \overline{A}) = B$

1.2. $[A \cap (\overline{B \cap \overline{A}})] \cup \overline{A} = \mathbb{U}$

1.3. $[(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B})] \cap [(\overline{B \setminus A}) \cap \overline{A}] = \emptyset$

2. Considere um grupo de nove amigos, cinco rapazes e quatro raparigas, dos quais dois são namorados, a Cristina e o António.

2.1. De quantas maneiras distintas os nove amigos se podem distribuir por uma fila com nove lugares consecutivos sabendo que:

2.1.1. as raparigas ficam juntas em lugares consecutivos?

2.1.2. os namorados, a Cristina e o António, não ficam juntos?

2.2. Admita, agora, que os nove amigos têm uma camisola vestida, cada um, com os números inteiros de 0 a 8, ou seja, um tem a camisola 0, outro a camisola 1, outro a camisola 2 e assim sucessivamente até à camisola 8.

De quantas maneiras diferentes, se podem distribuir numa fila, uns ao lado dos outros, de modo que os nove algarismos das camisolas formem um número com nove algarismos que seja múltiplo de 5?

3. Considere um grupo de h rapazes e $(m+2)$ raparigas. Todos os elementos deste grupo vão dispor-se, lado a lado, para tirar uma fotografia.

3.1. De quantas maneiras diferentes o podem fazer, de modo que as raparigas fiquem todas juntas?

(A) $(m+2)!h!$ **(B)** $(h+1)!(m+2)!$ **(C)** $(m+2+h)!$ **(D)** $(m+2)!h$

3.2. Admita, agora, que $h=8$ e $m=3$.

De quantas maneiras diferentes se podem dispor de modo que não fiquem duas raparigas juntas?

4. Considere o conjunto $A = \{1,2,4,5,6,7,9\}$.

4.1. Quantos números de quatro algarismos diferentes é possível formar, usando os elementos de A, que sejam:

4.1.1. ímpares?

4.1.2. múltiplos de 5?

4.1.3. inferiores a 2500?

4.1.4. inferiores a 4320?

4.1.5. superiores a 6125?

4.2. Utilizando os elementos de A, quantos números de cinco algarismos é possível formar de modo que:

4.2.1. tenham exatamente dois algarismos iguais a 7?

4.2.2. o produto dos algarismos seja um número par?

5. Considere, num plano α, duas retas paralelas r e s.

Assinala-se, na reta r, seis pontos distintos e, na reta s, um certo número n de pontos, igualmente distintos. Considere, ainda, um ponto P exterior a estas duas retas que é não colinear, em simultâneo, com um ponto de ambas.

Sabe-se que, com os pontos assinalados nas duas retas e com o ponto P é possível definir exatamente 379 triângulos.

Determine o valor de n.

FIM

Soluções

2.

2.1.

2.1.1. 17280

2.1.2. 282240

2.2. 75600

3.

3.1. **(B)**

3.2. 609638400

4.

4.1.

4.1.1. 480

4.1.2. 120

4.1.3. 160

4.1.4. 280

4.1.5. 358

4.2.

4.2.1. 2160

4.2.2. 15783

5. $n = 8$