

MATEMÁTICA A

11º ANO

---

**Geometria no Plano**

---

ANTÓNIO LEITE

2021

## GEOMETRIA NO PLANO

### Inclinação de uma reta

O menor ângulo que uma reta forma com o semieixo positivo  $Ox$  designa-se por inclinação dessa reta.

Se  $\alpha$  é a inclinação da reta  $r$ , então:

- $\alpha \in [0, 180^\circ[$  ou  $\alpha \in [0, \pi[$ ;
- $m_r$  é o declive de uma reta não vertical  $r$ , então  $\tan \alpha = m_r$ .

**Nota:**

Se  $m_r > 0$ , então  $\alpha = \tan^{-1}(m_r)$ ;

Se  $m_r < 0$ , então  $\alpha = \tan^{-1}(m_r) + 180^\circ$  (em graus) ou  $\alpha = \tan^{-1}(m_r) + \pi$  (em radianos);

Se  $m_r = 0$ , então  $\alpha = 0$ .

### Produto escalar

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (u_1, u_2) \cdot (v_1, v_2) = u_1v_1 + u_2v_2$$

**Propriedades:**

- $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

### Vetores Perpendiculares

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

### Ângulo de dois vetores

Para  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  não nulos:

$$\cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$$

**Nota:**

Sendo  $\theta$  o ângulo formado por  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , então:

Se  $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$  então  $\theta$  é agudo ou nulo;

Se  $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$  então  $\theta$  é obtuso ou raso;

Se  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  então  $\theta$  é reto.

Repare que  $\theta \in [0, 180^\circ]$  ou  $\theta \in [0, \pi]$ .

## Ângulo de duas retas

Sejam  $\vec{r}$  um vetor diretor da reta  $r$  e  $\vec{s}$  um vetor diretor da reta  $s$ , o ângulo  $\alpha$  formado pelas duas retas, pode ser determinado recorrendo à fórmula:

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{r} \cdot \vec{s}|}{\|\vec{r}\| \|\vec{s}\|}$$

**Nota:**

Repare que  $\alpha \in [0, 90^\circ]$  ou  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .

## Relação entre o declive de duas retas perpendiculares

Sejam  $r : y = m_r x + b_r$  e  $s : y = m_s x + b_s$ , então:

$$r \perp s \Leftrightarrow m_r \times m_s = -1$$

## Lugares geométricos e produto escalar

- Mediatriz de um segmento de reta  $[AB]$

$$\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 ; M \text{ é o ponto médio de } [AB] ; P(x, y) \text{ é um ponto genérico}$$

- Circunferência de diâmetro  $[AB]$

$$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0 ; P(x, y) \text{ é um ponto genérico}$$

- Reta tangente a uma circunferência de centro  $C$  num ponto  $T$

$$\overrightarrow{TP} \cdot \overrightarrow{TC} = 0 ; P(x, y) \text{ é um ponto genérico}$$